

# Řešení třetího kola

Odpovědi odešlete prostřednictvím našich webových stránek  
<http://brloh.math.muni.cz>

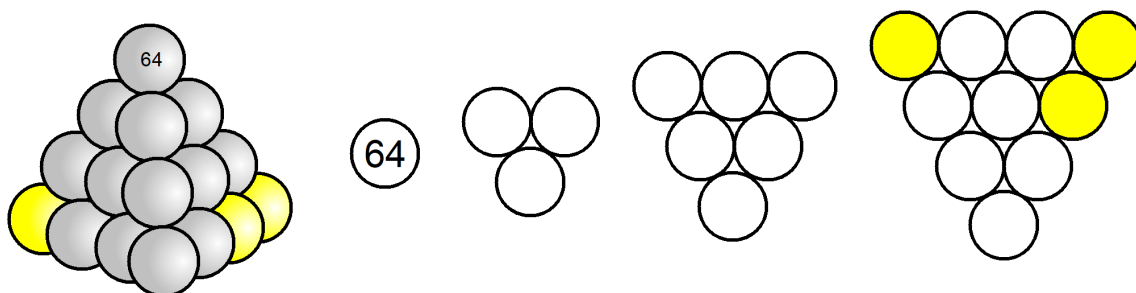
## 1 Čtyřstěn z kuliček

**Zadání:** Lucka si vzala 20 kuliček a na každou z nich napsala nezáporné celé číslo. Z těchto kuliček sestavila čtyřstěn, který vidíte na prvním obrázku. Tento čtyřstěn se skládá ze 4 pater (v prvním patře je 10 kuliček, ve druhém 6, ve třetím 3 a v posledním je 1 kulička). Jednotlivá patra jsou zobrazena vpravo od čtyřstěnu.

Každá kulička, která není v prvním patře, je vždy položena na třech kuličkách, které leží o patro níže. Lucke se podařilo kuličky uspořádat tak, že kdykoliv byla kulička položena právě na těchto třech kuličkách o patro níže, bylo na ní napsané číslo, které bylo součtem čísel na těchto třech kuličkách.

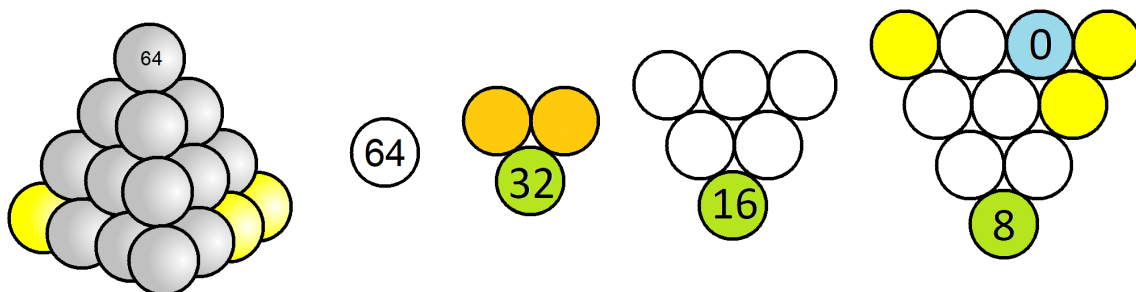
V každém ze čtyř pater navíc platí, že každá kulička mimo vrchní řadu se vždy dotýká dvou kuliček, které jsou v řadě nad ní. Lucke se zároveň podařilo kuličky poskládat tak, že pro každou kuličku platí, že je na ní napsané číslo, které je součtem čísel napsaných na dvou kuličkách, které jsou ve stejném patře a leží v řadě nad touto kuličkou a dotýkají se jí.

Konečně, Lucka na tři žluté kuličky napsala stejné číslo. Určete, jaká čísla jsou ve spodním patře v horní řadě, jestliže na nejvyšší kuličce v čtyřstěnu je číslo 64.

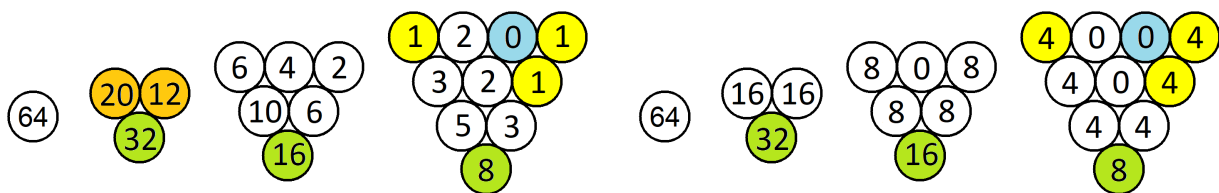


**Forma odpovědi:** Čtveřice čísel čtené zleva doprava ležící ve spodním patře v horní řadě. Úloha má dvě řešení, stačí zadat jedno z nich. Například tedy 5,17,8,9

**Řešení:** Dole na obrázku je druhé patro označeno barevně. Ze zadání víme, že zelená kulička je součtem oranžových a zároveň součet zelených a oranžových je 64. V zelené kuličce je určitě 32. Stejnou úvahou doplníme 16 a 8 do vrcholu dalších pater. Co je dále jasné, je 0 v modře označené kuličce.



Podobnými úvahami nakonec dojdeme ke 2 řešením.



Odpověď je 1,2,0,1, popřípadě 4,0,0,4.



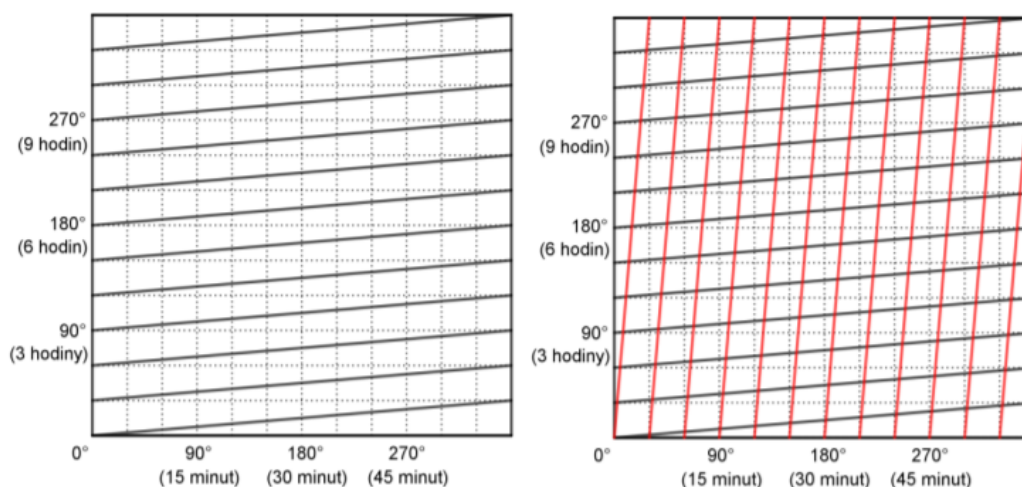
## 2 Symetrická

**Zadání:** Kolikrát nastane od 5:00 do 17:00 na klasických analogových hodinách situace, kdy po přehození pozice hodinové a minutové ručičky vznikne další platný čas, jestliže se ručičky pohybují spojitě, tj. neskáčou?

(Touto situací je např. čas 12:00, avšak nikoli 03:00, jelikož hodinová ručička nikdy neukazuje přesně nahoru, pokud minutová ukazuje „čtvrt“.)

**Forma odpovědi:** Číslo

**Řešení:** Nejjednodušší způsob jak tuto úlohu vyřešit, je sestavit si graf všech možných časů tak, že na osu  $x$  nanese polohu minutové ručičky a na osu  $y$  polohu hodinové (obrázek vlevo).



Nyní znázorníme, co se stane po „přehození“ hodinové a minutové ručičky. Z dané pozice na ose  $x$  se stane pozice na ose  $y$  a naopak (pokud má minutová ručička 30° a hodinová 90°, po přehození bude mít minutová 90° a hodinová 30°).

Nyní již snadno zjistíme řešení úlohy. Náš nový graf představuje reálný čas, pokud leží na námi zkonstruovaném grafu všech možných časů. Výsledkem je tedy počet průsečíků (nesmíme zapomenout, že bod úplně vlevo dole odpovídá bodu úplně vpravo nahoře, nesmíme ho tedy započítat dvakrát), zde  $12 \cdot 12 - 1 = 143$ .



### 3 Ring of fire

Zadání:

Johnny: Hey man! Do you remember, you

owe me a



Tommy: But I have just a



Johnny: No problem, but I will give you

X times a



Tommy:



, as you wish

Forma odpovědi: Hodnota X

Řešení:

Johnny: Hey man! Do you remember, you

owe me a **50 Cent**

Tommy: But I have just a **Dollar Bill**

Johnny: No problem, but I will give you

**10** times a **Nickelback**

Tommy: **Yes**, as you wish



## 4 Výpočetní

**Zadání:** Zeptejte se vlkoberana (v cizím jazyce) prvního písmene (v jiném cizím jazyce), zda existuje (v prvním cizím jazyce).

**Forma odpovědi:** Latinský citát

**Řešení:** Vlk je anglicky wolf, beran je ram, tj. první část odkazuje na Wolfram. První písmeno je A, v řečtině používáme alfa  $\alpha$ . Zadání zní: Zeptej se anglicky Wolframu Alfa, zda existuje, tj. Do you exist? Wolfram odpoví COGITO ERGO SUM.

## 5 Latinská

**Zadání:** Určete počet způsobů, jak vyplnit čtverec  $5 \times 5$  písmeny B, R, L, O, H tak, aby se každé z těchto písmen v každém řádku i v každém sloupci vyskytovalo právě jednou, a zároveň aby v alespoň jednom řádku, v alespoň jednom sloupci a na alespoň jedné hlavní diagonále šlo (v libovolném směru) přechít slovo BRLOH.

**Forma odpovědi:** Číslo

**Řešení:** Diagonála je jasná, musí být tak, jak vidíme na obrázku úplně vlevo. Možnosti, kdy lze BRLOH přechít na jiné diagonále nebo v jiném směru, získáme symetrií.

B				
	R			
		L		
			O	
				H

B		H		
	R	O		
H	O	L	R	B
		R	O	
		B		H

B		H		
	R	O		
H	O	L	R	B
		R	O	
R/O		B		H

Podmínky, že v alespoň jednom řádku a sloupci musí jít přechít slovo BRLOH a že každé písmeno je v každém řádku a sloupci právě jednou, nás donutí umístit BRLOH do prostředního řádku a sloupce (obrázek uprostřed).

A teď můžeme v jednom řádku, sloupci a na jedné hlavní diagonále přechít slovo BRLOH. Takže už se řídíme jen první podmínkou (každé písmeno v každém řádku a sloupci právě jednou). Do posledního řádku musíme doplnit R, L, O. Jenže O i R můžeme doplnit jen do prvního políčka, což je spor. Odpověď je 0.



## 6 Geneticky zakódovaná

**Zadání:** -A-U-G-A-A-A-G-A-U-G-A-G-U-C-U-G-A-G-A-A-U-G-C-G-C-G-U-U-A-G-G-A-C-A-U-C-U-U-A-U-G-U-C-A-U-G-A-U-G-C-G-A-G-A-U-G-G-A-U-C-A-A-C-U-A-A-

**Forma odpovědi:** Jedno slovo

**Řešení:** Klíčem úlohy je odhalit, že zadání je zakódováno pomocí genetického kódu. Genetický kód je způsob, jakým živé organismy (například lidé) čtou svoji DNA. V DNA je uložena informace o tom, jak má daný organismus vypadat. Proto mají tuleň, velbloud a hřib každý jiné DNA. Takzvané překládové tabulky pro genetický kód jsou k sehnání téměř všude na internetu a jsou univerzální pro prakticky vše živé.

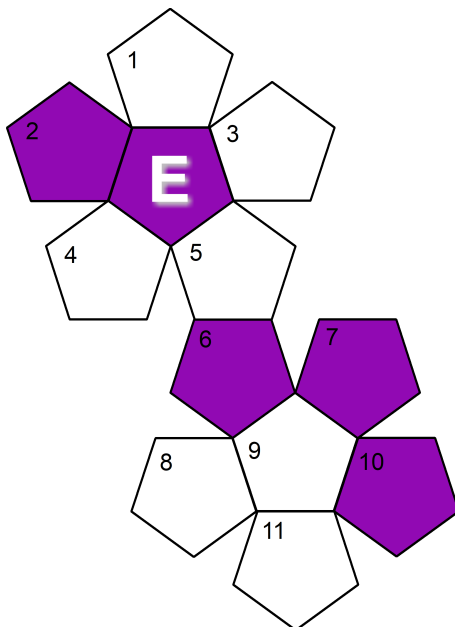
Po přeložení tedy získáme sekvenci aminokyselin, z nichž každá má své charakteristické písmeno. Z těchto písmen pak vyjde: MKDESENARODILCHDARWINstop (kde se narodil Ch. Darwin), správnou odpovědí je SHREWBURY či ANGLIE.

Písmeno M na začátku a „stop“ na konci je zde proto, že při překládání genetického kódu každá bílkovina začíná signální aminokyselinou M (jež se následně odstraní) a končí tzv. „stop“ sekvencí.



## 7 Překlápějící se dvanáctistěn

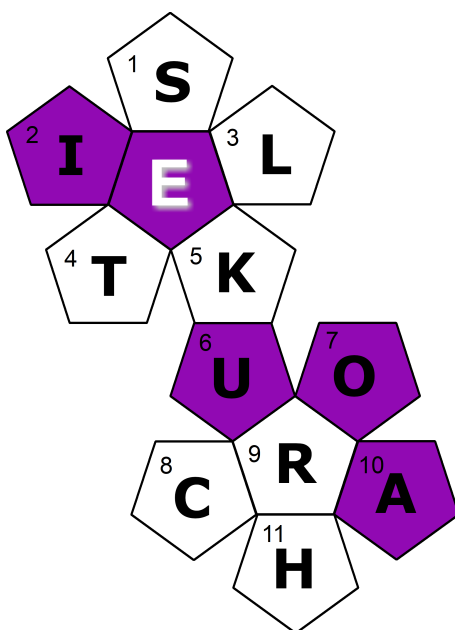
**Zadání:** Míša si složila z papíru pravidelný dvanáctistěn a na každou jeho stěnu napsala jedno písmeno. Poté položila dvanáctistěn na stůl a postupně ho překlápěla a četla písmena na horní stěně. Dokázala takto přečíst slova ARCHITEKTURA, RUKOLA, ROKLE, CUKOR, TESLA, KOLOUCH, LOKET, HASIT, SAHARA, KOLESA.



Určete, jaká písmena jsou na jakých stěnách, jestliže na fialových stěnách jsou samohlásky, na bílých souhlásky a písmeno na stěně s číslem 5 je v abecedě před písmenem na stěně s číslem 3.

**Forma odpovědi:** Posloupnost písmen oddělených čárkou, která jsou postupně na stěnách s čísly 1,2,3,...,11

**Řešení:** Síť dvanáctistěnu vypadá takto



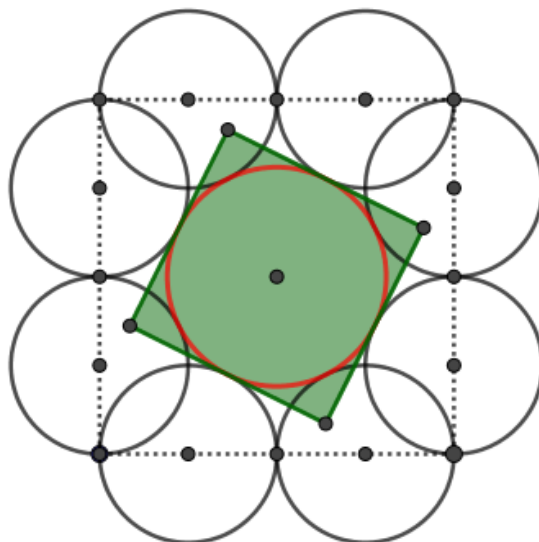
Řešení je tak S,I,L,T,K,U,O,C,R,A,H.





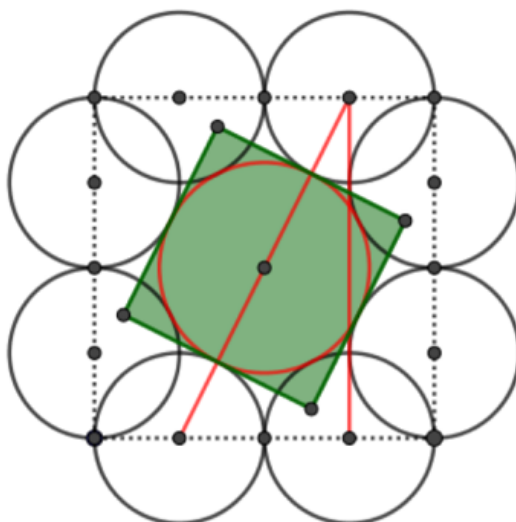
## 8 Opsaný čtverec

**Zadání:** Po obvodu čtverce se stranou dlouhou 2 jednotky je pravidelně rozmístěno 8 kružnic podle obrázku. Uvnitř čtverce je umístěna červená kružnice, která se dotýká všech osmi kružnic. Jaký je obsah zeleného čtverce, který je opsaný dotykové červené kružnici?



**Forma odpovědi:** Číslo zaokrouhlené na 3 desetinná místa

**Řešení:** Pomocí Pythagorovy věty jednoduše spočítáme délku přepony červeného trojúhelníku, označme ji třeba  $c$ , tj.  $c = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$ .



Poloměr černých kružnic je  $\frac{1}{2}$ , to dvakrát odečteme od  $c$  a máme průměr červené kružnice, což je strana zeleného čtverce. Tu označíme třeba  $a$ , pak

$$a = \sqrt{5} - 2 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{5} - 1.$$

Jeho obsah

$$S = a^2 = (\sqrt{5} - 1)^2 \doteq 1.528.$$



## 9 Palindromická

**Zadání:** Jak se jmenuje most, kde hrají karbaníci karty?



**Forma odpovědi:** Celý název v 1. pádě

**Řešení:** Klíčem je název úlohy. Palindrom je posloupnost symbolů, která se dá číst zleva doprava i zprava doleva a v obou směrech má stejný význam.

Z karet vytvoříme posloupnost 135797531. Jedná se o datum začátku stavby Karlova mostu, tj. 1357 9.7. 5:31. Odpověď zní KARLŮV MOST.

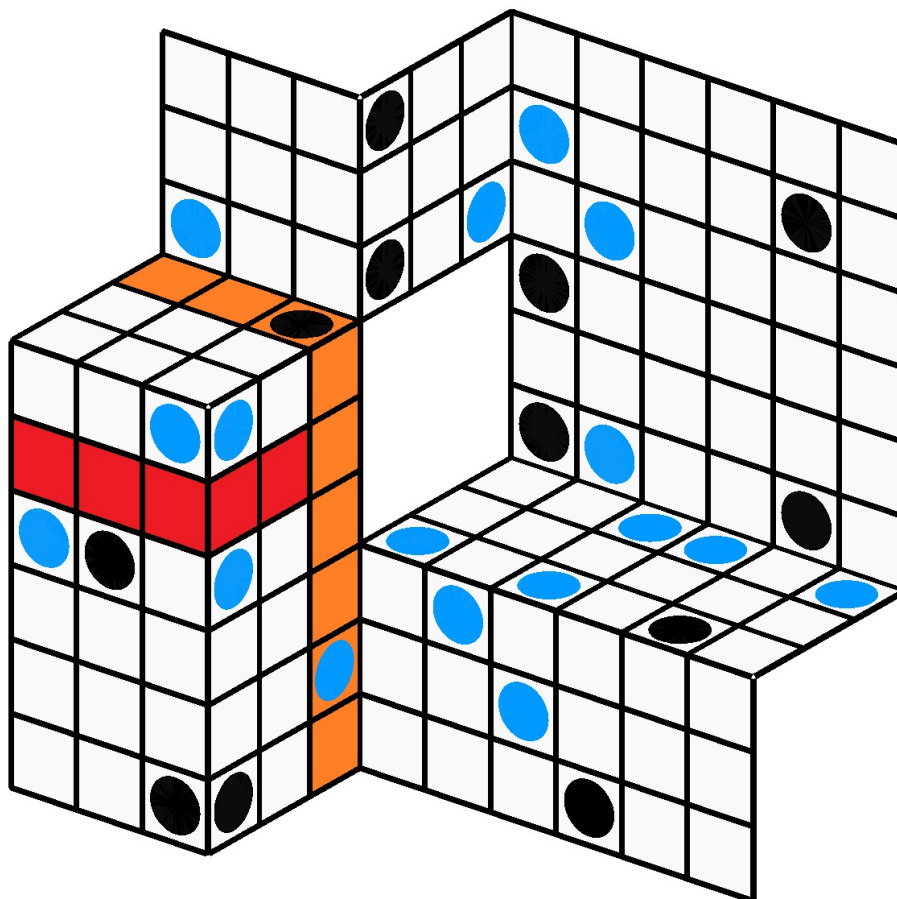


## 10 Spojování koleček

**Zadání:** Do obrázku nakreslete uzavřenou lomenou čáru tak, aby procházela všemi kolečky, přičemž

- v modrém kolečku nesmíte změnit směr, ale před ním nebo za ním musíte,
- v černém kolečku musíte změnit směr, ale před ním ani za ním nesmíte,
- čára se nesmí zkrřížit.

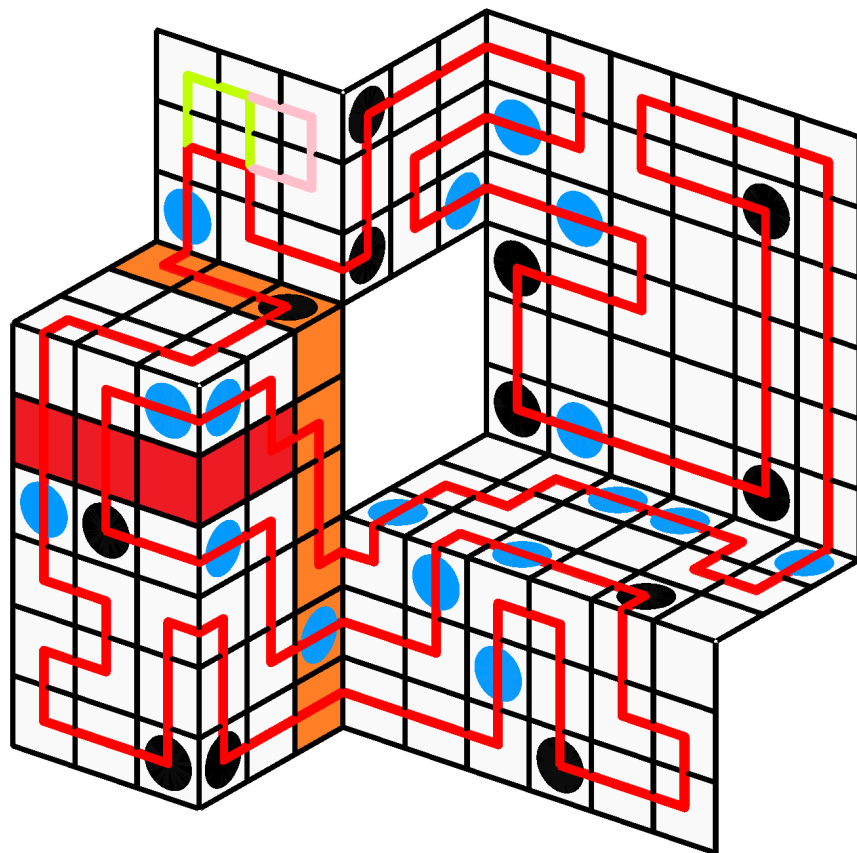
(Směr se může měnit i mimo vyznačená políčka, přechod mezi vzájemně kolmými rovinami není považován za změnu směru.)



**Forma odpovědi:** Zadejte, kterými červenými a kterými oranžovými poli prochází čára, a to tak, že zadáte posloupnost písmen O (obsahuje) a N (neobsahuje) bez mezer a čárek, nejdříve budou červená pole, pak oranžová, směr je zleva doprava. Například NOONNOONNO



**Řešení:** Řešení je na obrázku. Řešení je víc, jsou naznačená zelenou a růžovou barvou, odpověď je ale jen jedna správná.



Odpověď je OONNOOOONOOOOO.

