

Řešení Malého finále

1. 10 dělitelů

Zadání: Nalezněte nejmenší číslo větší než 100, které má právě 10 kladných dělitelů. Mezi dělitele počítáme číslo 1 i sebe samo, např. číslo 6 má 4 kladné dělitele.

Forma odpovědi: Přirozené číslo. Příklad odpovědi: 101

Řešení: Prvočíselný rozklad čísla $10 = 2 \times 5$. Každý dělitel tohoto čísla se musí skládat z těchto prvočinitelů. Mocninu prvočinitele 2 i 5 lze zvolit 0 nebo 1. Obdržíme tedy právě $2 \times 2 = 4$ kladné dělitele čísla 10.

10 dělitelů má třeba číslo 2^9 sestávající z jednoho prvočinitele, ale není zdaleka nejmenší. Pro získání 10 dělitelů musíme využít prvočíselný rozklad 2×5 . Z něj plyne, že mocniny prvočísel zastoupených v rozkladu hledaného čísla jsou maximálně 1, 4, pokud máme 2 prvočinitele. Nejmenším číslem je $2^4 \times 3 = 48$, které je menší než 100. Pokud si více promyslíme konstrukci hledaného čísla, obdržíme nakonec $2^4 \times 7 = 112$.



2. Cifry vs. mocniny

Zadání: Pro které nejmenší přirozené čtyřciferné číslo $ABCD$ platí následující tvrzení:

$$ABCD = A^A + B^B + C^C + D^D$$

Forma odpovědi: Čtyřciferné číslo. Příklad odpovědi: 1001 (dvě a více cifer mohou být shodné)

Řešení: Zadání splňuje $A = 3$, $B = 4$, $C = 3$, $D = 5$, a řešením je tak číslo **3435**.



3. Černobílá

Zadání: Máme k dispozici 100000 černých a bílých kuliček a rovnáme je za sebe do řady tak, že dáváme jednu bílou kuličku, dvě černé, tři bílé, čtyři černé... Počet kuliček se vždy zvyšuje o jednu kuličku, lichý počet kuliček je bílý a sudý počet je černý. Jakou barvu má poslední část kuliček a kolik jich je, jestliže končíme po položení 100000 kuliček do řady?

Forma odpovědi: Barva, přirozené číslo. Příklad odpovědi: černá, 42

Řešení: Je nutné sečíst po sobě jdoucí přirozená čísla tak, aby součet byl menší nebo roven 100000 (zbytek do 100000 může být menší než následující přirozené číslo - poslední neucelená část). Pro součet po sobě jdoucích n přirozených čísel platí:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2} \cdot (1 + n) \leq 100000$$

$$\frac{1}{2} \cdot 446 \cdot 447 = 99681$$

Poslední číslo z řady $n = 446$, což je 446 černých kuliček. V tuto chvíli máme v řadě 99681 kuliček a do počtu 100000 musíme umístit 319 bílých kuliček, což je poslední neukončená řada. Řešení je **bílá, 319**.



4. 10 cifer

Zadání: Nalezněte přirozené číslo s deseti ciframi a ciferným součtem 10, pro které platí: první cifra udává počet 0 v čísle, druhá cifra udává počet jedniček v daném čísle, třetí cifra značí počet dvojek v čísle... desátá cifra udává počet devítek v čísle.

Forma odpovědi: Přirozené číslo. Příklad odpovědi: 12345

Řešení: Zadání splňuje číslo 6210001000.

5. Černošedá tabulka

Zadání: Vybarvěte každé políčko černě nebo šedě tak, že:

- číslo v černém políčku určuje, kolik sousedních políček je černých
- číslo v šedém políčku určuje, kolik sousedních políček je šedých

1		2	2			2
4		3		5		5
1	4		4		3	
		3				
3				3		1

Forma odpovědi: Posloupnost písmen Č a Š, která představuje barvy políček ve druhém a šestém řádku shora. Příklad odpovědi: ČŠČŠČŠČŠČŠČŠ

Řešení: Řešení je na obrázku níže:

1		2	2			2
4		3		5		5
1	4		4		3	
		3				
3				3		1

Správná odpověď je ČČŠŠČŠŠČČŠŠČČŠ.



6. Magický čtverec

Zadání: Doplněte do tabulky k číslům číslice 1 – 7 (každé alespoň jednou) tak, aby součet ve všech sloupcích a řádcích byl 158.

11	28	60	4	1
3	12	54	7	16
1	9	25	26	61
87	30	1	1	2
40	9	8	2	9

Forma odpovědi: Čísla doplněná do tabulky oddělená čárkou, po řádcích zleva doprava a shora dolů.
Příklad odpovědi: 1,2,3,4,5,6,7

Řešení: Doplněná tabulka vypadá následovně:

11	28	60	43	16
3	12	54	73	16
17	29	25	26	61
87	30	1	14	26
40	59	18	2	39

Řešení je 3, 6, 3, 7, 2, 4, 6, 5, 1, 3.



7. Domino a hrací kostky

Zadání: Hráč A a B hrají následující hru. Mají k dispozici 2 klasické šestistěnné hrací kostky a 8 dílků domina, viz obrázek níže. První hráč hodí oběma kostkami, a pokud hodí čísla, která jsou obě na nějakém dílku domina, vezme si ho k sobě (například hodil 5 a 6, může si vzít dílek s čísly 5 a 6). Pokud alespoň jedno z čísel na kostce není, tak si nebere žádný dílek domina. Pokud hodí dvě stejná čísla, hází ještě jednou a zároveň si bere dílek domina s těmito čísly, jestliže zde takový je. Na konci kola si zapíše součet všech hodnot na hracích kostkách v průběhu celého kola. Další kolo hraje druhý hráč podobně, akorát hází jen s kostkou, která má větší hodnotu. Na druhé kostce hodnota zůstává.

6	1	2	3
5	1	1	5

1	2	1	2
6	2	3	3

Hráči hráli dohromady 8 kol. Součty jejich hodů jsou:

- A: 3 15 7 5
- B: 7 8 4 7

Jaké hodnoty měl v každém kole hráč B na hracích kostkách?

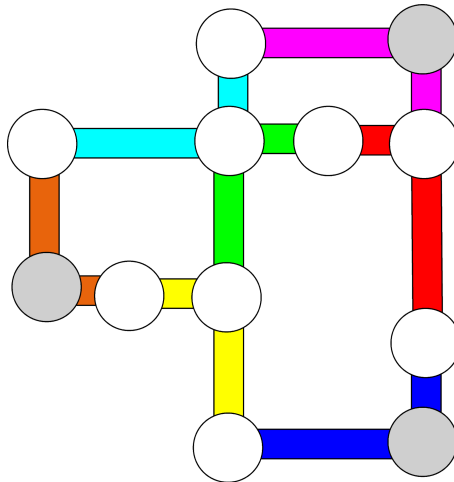
Forma odpovědi: Dvojice čísel bez mezery, vlevo menší číslo, vpravo větší, dvojice od sebe oddělte čárkou. Příklad odpovědi: 11, 23, 33, 34, 56, 45

Řešení: V první kole hráč A hodil 1 a 2, ve druhém kole 2 a 2 a potom 4 a 6, ve třetím kole 3 a 4, nakonec 1 a 4. Hráč B hrál v prvním kole 1 a 1, potom 2 a 3, ve druhém kole 3 a 5, ve třetím kole 1 a 3 a nakonec 1 a 6. Řešení je **11, 23, 35, 13, 16**.



8. Číselná elka

Zadání: Do každého kruhu vyplňte jedno z čísel 1 až 12, každé právě jednou tak, aby součty ve všech vyznačených elkách a zároveň součet tří šedých polí byly stejné.



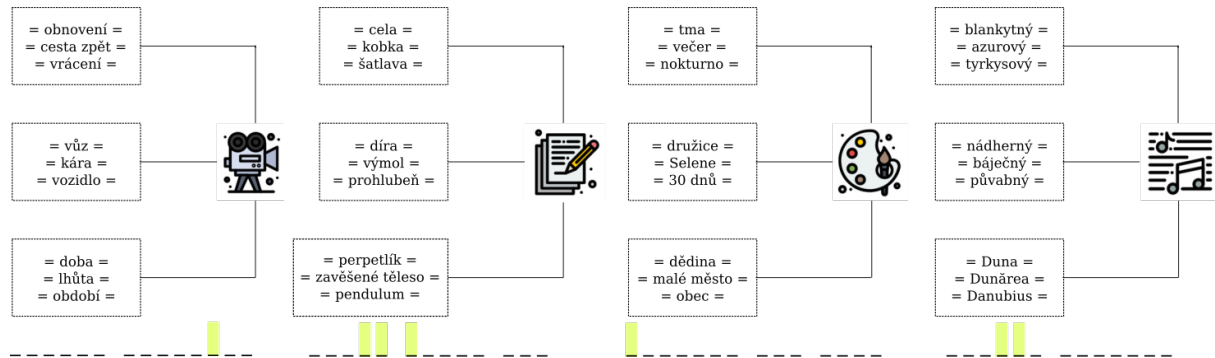
Forma odpovědi: Počet způsobů, jak můžeme tabulku vyplnit. Příklad odpovědi: 172

Řešení: Platí, že suma čísel v modrém „L“ = suma čísel v červeném „L“ = suma čísel v modrém „L“ = suma čísel v šedých polích = x . Pak $4x$ je suma všech čísel 1 až 12, což je rovno 78. Ale číslo 78 není dělitelné 4, takže řešením je 0.



9. Významní

Zadání:



Forma odpovědi: Slovo. Příklad odpovědi: medvěd

Řešení: V obdélnících jsou synonyma jednoho slova, trojice obdélníků představuje tři pojmy, které se vztahují k jednomu dílu (ať už jsou přímo v jeho názvu nebo se v daném díle vyskytují). Cílem je určit autora díla.

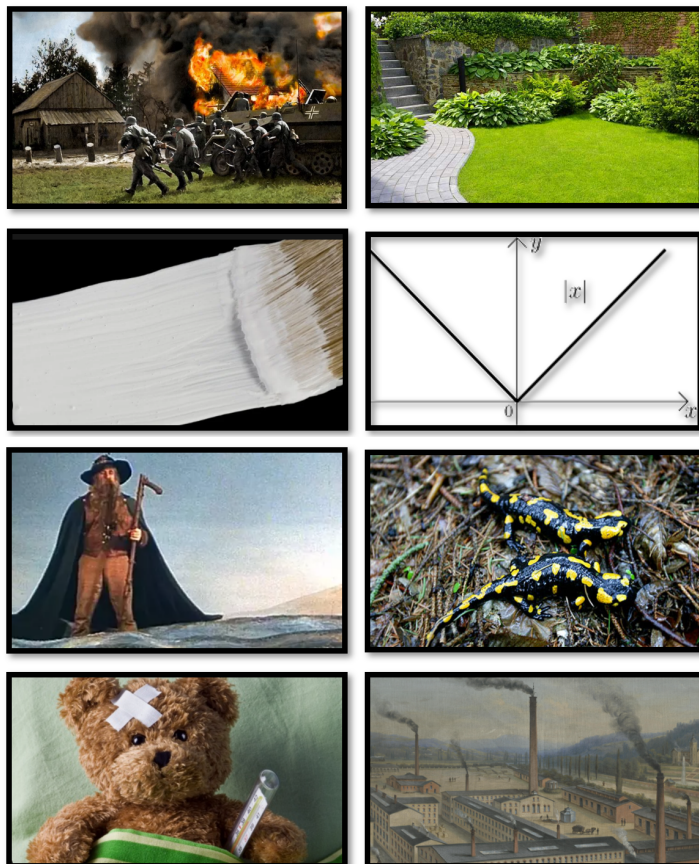
- Film: budoucnost, auto, čas = *Návrat do budoucnosti*, režie: Robert Zemeckis.
- Literatura: vězení, jáma, kyvadlo = *Jáma a kyvadlo*, autor: Edgar Allan Poe.
- Malířství: noc, měsíc, vesnice = *Hvězdná noc*, autor: Vincent van Gogh.
- Hudba: modrý, krásný, Dunaj = *Na krásném modrém Dunaji*, autor: Johann Strauss.

Vyznačená písmena dají dohromady slovo **karavan**.



10. Pexeso

Zadání:



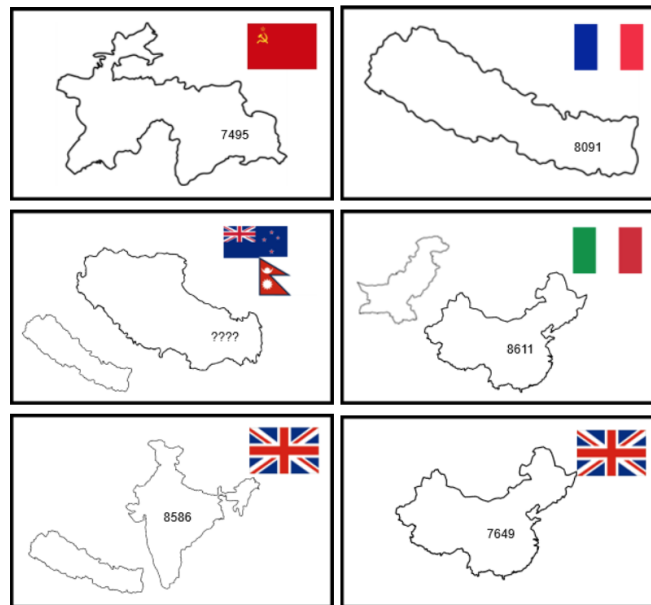
Forma odpovědi: Jméno a příjmení. Příklad odpovědi: Jan Novák

Řešení: Dvojice karet představuje následující díla Karla Čapka: Válka s mloky, Bílá nemoc, Krakonošova zahrada, Továrna na absolutno. Správná odpověď je **Karel Čapek**.



11. HighLine

Zadání: Určete, které číslice patří na místa čtyř otazníků.












Forma odpovědi: Čtyři číslice. Příklad odpovědi: 1111





Řešení: Každá kartička představuje jednu z nejvyšších hor světa – mapa značí stát, ve kterém se nachází, čtyřciferné číslo její výšku, vlajka národnost horolezce/skupiny horolezců, kteří provedli prvovýstup. Hory jsou seřazené podle data prvovýstupu. Řešením je **8849** (Mount Everest).



12. Úžasně přízemní

Zadání: Co má být na místě otazníků?

				
				
1.	6.	7.	10.	20.

	?????	
		
26.	29.	32.

Forma odpovědi: Dvě slova. Příklad: malá víla

Řešení: Jedná se o knihy Terryho Pratchetta ze série Úžasná zeměplocha, 29. kniha se jmenuje **Noční hlídka**.



13. Nelétavá

Zadání: Koho chybí?



Forma odpovědi: Příjmení v prvním pádě. Příklad odpovědi: Novák

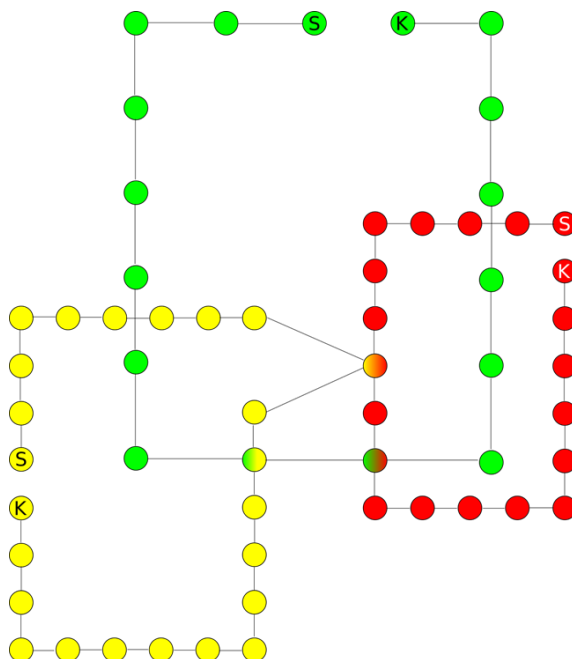
Řešení: Jedná se o tučňáky (císařský, královský, oslí, žlutorohý, ...). Jediný, který se jmenuje po někom (a má tedy příjmení), je Tučňák Humboldtův. Řešení je **Humboldt**.



14. Metropolitní Člověče, nezlob se!

Zadání: Na obrázku vidíte speciální (metropolitní) plánec hry Člověče, nezlob se! V této hře se hází třemi barevnými kostkami – pokud je figurka na zeleném políčku, tak se hází zelenou kostkou, pokud na červeném políčku, tak červenou, pokud na žlutém políčku, tak házíme žlutou kostkou (pokud stojíme na dvoubarevném políčku, tak si můžeme vybrat). S značí počátek cesty, K konec, nelze jít v protisměru! Figurky a popisky políček se ztratily, nicméně pamatujeme si, že aby hráč František došel do „domečku“, tak se musel dostat „z ráje do Háje“. Ještě si pamatujeme pravidlo, že aby byla cesta do „domečku“ platná, musel František házet postupně všemi kostkami.

Napište, kolikrát nejméně by musel František házet, aby došel do domečku.



Forma odpovědi: Číslo. Příklad odpovědi: 18

Řešení: Jedná se o překreslený plánec pražského metra. S značí počáteční stanici dané linky, K konečnou. Barvy odpovídají klasickému pláncu metra. Ráj odkazuje na stanici Rajská zahrada a Háj na stanici Háje. Ze stanice Rajská zahrada (žlutá) musí jet 10 stanic na Můstek, zde přesehnout na zelenou, jet jednu zastávku na Muzeum, přesehnout na červenou a odtud 10 zastávek do stanice Háje, tj. celkem hodit minimálně 5krát.



15. Brlohovsky básnický pomotaná

Zadání: Jméno jméno dá jméno příjmení: Vladimír Vašek Josef Kohout

Forma odpovědi: Přezdívka. Příklad odpovědi: Pelé

Řešení: Vladimír Vašek a Josef Kohout byli čeští básníci, Vladimír Vašek psal pod pseudonymem Petr Bezruč a Josef Kohout byl zase pseudonym, který používal básník Hanuš Bonn. Podle zadání „Jméno jméno dá jméno příjmení“ dostaneme jméno Petr Hanuš, jeden z hlavních organizátorů BrLohu, kterému nikdo neřekne jinak než **Píta**.

16. Numerologico

Zadání:

KOL	+	TEL
KAP	+	LO
AKT	+	E
LEP	+	ÁRA
STA	+	ACE

Forma odpovědi: Součet čísel. Příklad odpovědi: 456

Řešení: Je třeba trojpísmenné výrazy z prvního sloupce spojit s těmi ze druhé sloupce za pomoci římských čísel. Vzniknou tak slova kolMICE, kapILára, aktIVace, lepIDlo a staVitel. Součet římských čísel je **1657**.



17. Společná

Zadání: Jaká může být ta, na které můžeme jezdit i v nížinách?

- dvoustopé vozidlo
- hliněná tělesa určená k cvrnkání
- předchůdce airtagu pro ovce
- povinná výbava majitelů poruchových vozidel
- první nápoj člověka
- ranní ptáče králíče
- závod koní

Forma odpovědi: Přídatné jméno. Příklad odpovědi: veselá

Slovní spojení odkazují na: autodráha, kuličková dráha, lanová dráha, mléčná dráha, bobová dráha a dostihová dráha. Společné mají slovo „dráha“. Odpověď na otázku v zadání a řešením úlohy je **horská**.

18. Kluk a liška

Zadání: „Savnev d imeedinesrdce; tonjdulezitejsijeocimevditelne.“

Forma odpovědi: Jedno slovo. Příklad odpovědi: auto

Řešení: Doplníme písmena do věty tak, aby dávala smysl:

SPRavnev Idime Jedinesrdce M; ton Ejdulezitejsijeocim Nev Iditelne.

Doplněná písmena tvoří slovo PRIJMENI. Název úlohy odkazuje na knížku Malý princ. Řešení je **Saint-Exupéry**.



19. Klasifikační

Zadání: O29.4, S41.0, M23.2, S??4, T26.6, Q17.4, D04.0, T17.1

Forma odpovědi: Dvě cifry bez mezer. Příklad odpovědi: 05

Řešení: Jedná se o kódy nemocí podle současné klasifikace MKN-10. Vždy každý kód se týká nemoci některé části těla - hlava, ramena, kolena, ???, oči, uši, pusa, nos. Podle slov známé písničky chybí palec a jediný kód v MKN-10 klasifikaci který je formátu S??4 a zahrnuje palce je S92.4 - zlomenina palce nohy. Řešení je **92**.

20. Alfrédova

Zadání: Neruda, Odysseas, William, Walcott, Modiano, Golding, Elytis, Derek, Patrick, Pablo

Forma odpovědi: Jméno a příjmení. Příklad odpovědi: Winston Churchill

Řešení: Jedná se o laureáty Nobelovy ceny za literaturu. Po správném spojení příjmení a jména vezmeme z příjmení to písmeno v pořadí, které odpovídá pořadí červeného písmena v křestním jméně. Řešení je **Bob Dylan**.

